

INF280

Manipulation de bits

Antoine Amarilli

13 mars 2018

Introduction

- Données représentées sous la forme de **bits**
- C++ permet de les manipuler **directement**
- Parfois plus rapide à **exécuter**
- Parfois plus rapide à **écrire**

Table des matières

Introduction

Bases

Ensembles

Nombres

Autres

Opérations bit-à-bit

a & b • **ET** bit-à-bit
• Exemple :
 01011101
 & 00110101
 = 00010101

a | b • **OU** bit-à-bit
• Exemple :
 01011101
 | 00110101
 = 01111101

a ^ b • **XOR** bit-à-bit
• Exemple :
 01011101
 ^ 00110101
 = 01101000

~ a • **NOT** bit-à-bit
• Exemple :
 ~ 00110101
 = 11001010

Décalage

$a \ll i$ • Décalage vers la **gauche** (poids forts)

- **Complète** avec 0

- Peut **tronquer**

- Exemple :

```
01011101 << 2  
= 01110100
```

$a \gg i$ • Décalage vers la **droite** (poids faibles)

- **Complète** avec 0 (sauf signe, voir plus tard)

- Peut **tronquer**

- Exemple :

```
01011101 >> 2  
= 00010111
```

Builtins `gcc` (non portable)

`__builtin_popcount(s)` Nombre de 1

`__builtin_ffs(s)` Index du 1 le plus à droite (à partir de 1)

- `ffs(00000001) = 1`
- `ffs(00000110) = 2`
- `ffs(00000000) = 0`

`__builtin_clz(s)` Index du 1 le plus à gauche (indéfini pour 0)

- `clz(10000001) = 0`
- `clz(01000110) = 1`
- `clz(00000000) = ?`

- Attention à la **priorité!**
 - `a & b == 1`
 - `a & (b == 1)`
- Attention aux **grands shifts!**
 - `a << 1337` est **indéfini!**
- Attention aux **entiers signés!**

Table des matières

Introduction

Bases

Ensembles

Nombres

Autres

Principe

- Stocker un **petit ensemble** dans les bits d'un entier non-signé
- Le **bit i** est à **1** ssi l'**élément i** est dans l'ensemble
- **Énumérer** les ensembles en énumérant les entiers
- Plus **compact** que `set`
- Parfois **nécessaire** pour passer en temps/mémoire!

- Dépend de la **taille** de l'ensemble :
 - `unsigned long long` garantit **64 bits**
 - `unsigned long` garantit **32 bits**
 - `unsigned` garantit **16 bits**
- Aussi : `uint64_t`, `uint32_t`, `uint16_t`, `uint8_t`
(avec `#include <stdint>`)
- **Attention** à faire les bons casts!

```
uint64_t x = 1 << 33; // bug (comportement indéfini)
uint64_t x = ((uint64_t) 1) << 33; // OK
```

$s \& t$ intersection

$s | t$ union

$s \wedge t$ différence symétrique

$s \& (1 \ll i)$ teste si l'élément i est dans l'ensemble

`__builtin_popcount(s)` nombre d'éléments

`__builtin_ffs(s)` index du premier élément

`__builtin_clz(s)` index du dernier élément

Modification de l'ensemble

$s | (1 \ll i)$ ajouter l'élément i

$s \& \sim(1 \ll i)$ retirer l'élément i

$s \wedge (1 \ll i)$ basculer l'élément i

$s \& (s-1)$ retirer le plus petit élément

Ensembles plus gros

- `bitset<N>`, **taille fixe**
 - remplace les entiers quand 64 ne suffit pas
- `vector<bool>`, **taille variable**
 - permet de changer la taille
 - overhead de `vector`

Sous-ensemble

- Énumérer les **sous-ensembles** de s
 - Soit n le sous-ensemble **courant**
 - **Idée :**
 - $| \sim s$ pour **mettre à 1** les bits inutiles
 - $+1$ pour **propager** une retenue
 - $\& s$ pour **remettre à 0** les bits inutiles
- **Prochain sous-ensemble** : $((n | \sim s) + 1) \& s$

Couples

- $a * N + b$ pour **encoder un couple**
- p/N et $p\%N$ pour **décoder le couple**
- **Évidemment** il faut $b < N$
- Attention à la **capacité**!

(Plutôt arithmétique que bit-à-bit...)

n-uplets

Plus de deux éléments :

```
// encode
```

```
long long v = 0;
for (int i = 0; i < n; i++) {
    v *= N;
    v += p[i];
}
```

```
// décode
```

```
for (int i = n-1; i >= 0; i--) {
    q[i] = v % N;
    v /= N;
}
```


Table des matières

Introduction

Bases

Ensembles

Nombres

Autres

Complément à deux

- Entier **non signé** de n bits : de 0 à 2^n exclu
- Entier **signé** : représenter des positifs et négatifs
- Premier bit : champ du **signe** (0 pour positif)
- **Positifs** de 0 à 2^{n-1} exclu
- **Négatifs** :
 - De -1 à -2^{n-1} **inclus**
 - Bit de **signe** à 1
 - Autres bits : $2^n - \text{abs}(i)$

→ Vrai en pratique mais **non garanti** par le standard C++

Exemple de complément à deux

Valeur	Non-signé	Signé
0111 1111	127	127
0111 1110	126	126
...
0000 0001	1	1
0000 0000	0	0
1111 1111	255	-1
1111 1110	254	-2
...
1000 0001	129	-127
1000 0000	128	-128

Puissances de deux

- Tester si **divisible par 2** : $!(x \& 1)$
 - **Calculer** 2^i : $(1 \ll i)$
 - Tester si **puissance de 2** : $x \&\& !(x \& x-1)$
 - Doit contenir ≥ 1 bit à 1
 - Doit être **nul** si premier bit à 1 est mis à 0
- Doit contenir **exactement** 1 bit à 1

Table des matières

Introduction

Bases

Ensembles

Nombres

Autres

Code de Gray

- **Énumérer** les valeurs de 0 à 2^n exclu
- **Changer** un seul bit à la fois
- **Cas 1** : 0, 1
- **Cas 2** : 00, 01, 11, 10
- **Récurrence** :
 - **Construire** le code C_{n-1}
 - **Construire** le code miroir $\overline{C_{n-1}}$
 - C'est également un code!
 - C_n^1 est C_{n-1} en préfixant avec un 0
 - C_n^2 est $\overline{C_{n-1}}$ en préfixant avec un 1
 - C_n est $C_n^1 C_n^2$
- **Application** : codeurs rotatifs (suivi des rotations d'un disque)

