INF280
Manipulation de bits

Antoine Amarilli

28 mars 2017

Introduction

- Données représentées sous la forme de bits
- C++ permet de les manipuler directement
- Parfois plus rapide à exécuter
- Parfois plus rapide à écrire

Table des matières

Opérations bit-à-bit

`a & b`

- ET bit-à-bit
- Exemple :

```
  01011101
& 00110101
= 00010101
```

`a ^ b`

- XOR bit-à-bit
- Exemple :

```
  01011101
^ 00110101
= 01101000
```

`a | b`

- OU bit-à-bit
- Exemple :

```
  01011101
| 00110101
= 01111101
```

`~ a`

- NOT bit-à-bit
- Exemple :

```
~ 00110101
= 11001010
```

Décalage

`a << i`

- Décalage vers la gauche (poids forts)
- Complète avec `0`
- Peut tronquer
- Exemple :

```
  01011101 << 2
= 01110100
```

`a >> i`

- Décalage vers la droite (poids faibles)
- Complète avec `0` (sauf signe, voir plus tard)
- Peut tronquer
- Exemple :

```
  01011101 >> 2
= 00010111
```

Builtins gcc (non portable)

`__builtin_popcount(s)` Nombre de 1

`__builtin_ffs(s)` Index du 1 le plus à droite (à partir de 1)

- `ffs(00000001) = 1`
- `ffs(00000110) = 2`
- `ffs(00000000) = 0`

`__builtin_clz(s)` Index du 1 le plus à gauche (indéfini pour 0)

- `clz(10000001) = 0`
- `clz(01000110) = 1`
- `clz(00000000) = ?`

Pièges

- Attention à la **priorité** !
    - `a & b == 1`

  → `a & (b == 1)`
- Attention aux **grands shifts** !
    - `a << 1337` est **indéfini** !
- Attention aux **entiers signés** !

Table des matières

Principe

- Stocker un petit ensemble dans les bits d'un entier non-signé
- Le bit i est à `1` ssi l'élément i est dans l'ensemble

$\rightarrow$ Énumérer les ensembles en énumérant les entiers

$\rightarrow$ Plus compact que `set`

$\rightarrow$ Parfois nécessaire pour passer en temps/mémoire !

Types

- Dépend de la **taille** de l'ensemble :
  - `unsigned long long` garantit **64 bits**
  - `unsigned long` garantit **32 bits**
  - `unsigned` garantit **16 bits**
- Aussi : `uint64_t`, `uint32_t`, `uint16_t`, `uint8_t` (avec `#include <cstdint>`)
- **Attention** à faire les bons casts !

```
uint64_t x = 1 << 33; // bug (comportement indéfini)
uint64_t x = ((uint64_t) 1) << 33;                // OK
```

Lecture de l'ensemble

- `s & t` intersection
- `s | t` union
- `s ^ t` différence symétrique
- `s & (1 << i)` teste si l'élément *i* est dans l'ensemble
- `__builtin_popcount(s)` nombre d'éléments
- `__builtin_ffs(s)` index du premier élément
- `__builtin_clz(s)` index du dernier élément

Modification de l’ensemble

- `s | (1 << i)` ajouter l’élément i
- `s & ~(1 << i)` retirer l’élément i
- `s ^ (1 << i)` basculer l’élément i
- `s & (s-1)` retirer le plus petit élément

Ensembles plus gros

- `bitset<N>`, taille fixe
  - → remplace les entiers quand 64 ne suffit pas
- `vector<bool>`, taille variable
  - → permet de changer la taille
  - → overhead de `vector`

Sous-ensemble

- Énumérer les sous-ensembles de s
- Soit n le sous-ensemble courant
- Idée :
  - `| ~s` pour mettre à 1 les bits inutiles
  - `+1` pour propager une retenue
  - `& s` pour remettre à 0 les bits inutiles

$\rightarrow$ Prochain sous-ensemble : `((n | ~s) + 1) & s`

Couples

- `a * N + b` pour encoder un couple
- `p/N` et `p%N` pour décoder le couple
- Évidemment il faut $b < N$
- Attention à la capacité !

(Plutôt arithmétique que bit-à-bit…)

n-uplets

Plus de deux éléments :

```
// encode
long long v = 0;
for (int i = 0; i < n; i++) {
  v *= N;
  v += p[i];
}

// décode
for (int i = n-1; i >= 0; i--) {
  q[i] = v % N;
  v /= N;
}
```

Table des matières

Complément à deux

- Entier non signé de n bits : de 0 à 2^n exclu
- Entier signé : représenter des positifs et négatifs
- Premier bit : champ du signe (0 pour positif)
- Positifs de 0 à 2^{n-1} exclu
- Négatifs :
  - De -1 à -2^{n-1} inclus
  - Bit de signe à 1
  - Autres bits : $2^n - \mathrm{abs}(i)$

$\rightarrow$ Vrai en pratique mais non garanti par le standard C++

Exemple de complément à deux

Valeur	Non-signé	Signé
0111 1111	127	127
0111 1110	126	126
...	...	...
0000 0001	1	1
0000 0000	0	0
1111 1111	255	-1
1111 1110	254	-2
...	...	...
1000 0001	129	-127
1000 0000	128	-128

Puissances de deux

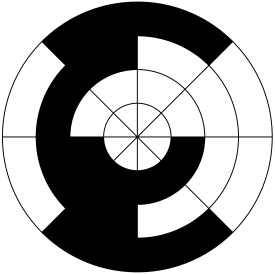
- Tester si divisible par 2 : `!(x & 1)`
- Calculer 2^i : `(1 << i)`
- Tester si puissance de 2 : `x && !(x & x-1)`
  - Doit contenir ≥ 1 bit à `1`
  - Doit être nul si premier bit à `1` est mis à `0`

  $\rightarrow$ Doit contenir exactement 1 bit à `1`

Table des matières

Code de Gray

- Énumérer les valeurs de 0 à 2^n exclu
- Changer un seul bit à la fois
- Cas 1 : 0, 1
- Cas 2 : 00, 01, 11, 10
- Récurrence :
  - Construire le code C_{n-1}
  - Construire le code miroir $\overline{C_{n-1}}$
  - C'est également un code !
  - C_n^1 est C_{n-1} en préfixant avec un 0
  - C_n^2 est $\overline{C_{n-1}}$ en préfixant avec un 1
  - C_n est $C_n^1 C_n^2$



- Application : codeurs rotatifs (suivi des rotations d'un disque)