Requêtes sur des données à ordre incomplet

Antoine Amarilli[1], M. Lamine Ba[1],
Daniel Deutch[2], Pierre Senellart[1,3]

[1]Télécom ParisTech

[2]Tel Aviv University

[3]National University of Singapore

29 septembre 2015

Algèbre relationnelle sur des données ordonnées

On considère des tables avec un ordre sur leur tuples :

Algèbre relationnelle sur des données ordonnées

On considère des tables avec un ordre sur leur tuples :

Restaurant	*Arr.^{t}*
Gagnaire	8^e
Tour d'argent	5^e

Restaurant	*Arr.^{t}*
Épicure	8^e
Tsukizi	6^e

Hôtel	*Arr.^{t}*
Mercure	5^e
Balzac	8^e
Mercure	12^e

Algèbre relationnelle sur des données ordonnées

On considère des tables avec un ordre sur leur tuples :

Restaurant	*Arr.^{t}*
Gagnaire	8^e
Tour d'argent	5^e

Restaurant	*Arr.^{t}*
Épicure	8^e
Tsukizi	6^e

Hôtel	*Arr.^{t}*
Mercure	5^e
Balzac	8^e
Mercure	12^e

$\rightarrow$ Ici, classement par préférence

Algèbre relationnelle sur des données ordonnées

On considère des tables avec un ordre sur leur tuples :

Restaurant	*Arr.^{t}*
Gagnaire	8^e
Tour d'argent	5^e

Restaurant	*Arr.^{t}*
Épicure	8^e
Tsukizi	6^e

Hôtel	*Arr.^{t}*
Mercure	5^e
Balzac	8^e
Mercure	12^e

→ Ici, classement par préférence

→ Comment exécuter des requêtes relationnelles sur ces tables ?

Incertitude

Restaurant	*Arr.^{t}*	
Épicure	8^e	$\downarrow$
Tsukizi	6^e	

Incertitude

Restaurant	*Arr.^{t}*
Épicure	8^e
Tsukizi	6^e

$\bigcup$

Incertitude

Restaurant	*Arr.^{t}*
Épicure	8^e
Tsukizi	6^e

$\bigcup$

Restaurant	*Arr.^{t}*
Gagnaire	8^e
Tour d'argent	5^e

Incertitude

Restaurant	*Arr.^{t}*	
Épicure	8^e	$\downarrow$
Tsukizi	6^e	

$\bigcup$

Restaurant	*Arr.^{t}*	
Gagnaire	8^e	$\downarrow$
Tour d'argent	5^e	

$=$

Incertitude

Restaurant	*Arr.^{t}*	
Épicure	8^e	$\downarrow$
Tsukizi	6^e	

$\cup$

Restaurant	*Arr.^{t}*	
Gagnaire	8^e	$\downarrow$
Tour d'argent	5^e	

$=$??

Incertitude

Restaurant	*Arr.^{t}*
Gagnaire	8^e
Tour d'argent	5^e

Incertitude

Restaurant	*Arr.^{t}*
Gagnaire	8^e
Tour d'argent	5^e

$\bowtie$

Incertitude

Restaurant	*Arr.*^{t}
Gagnaire	8^e
Tour d'argent	5^e

$\bowtie$

Hôtel	*Arr.*^{t}
Mercure	5^e
Balzac	8^e
Mercure	12^e

Incertitude

Restaurant	*Arr.^{t}*
Gagnaire	8^e
Tour d'argent	5^e

$\bowtie$

Hôtel	*Arr.^{t}*
Mercure	5^e
Balzac	8^e
Mercure	12^e

$=$

Incertitude

Restaurant	*Arr.^{t}*
Gagnaire	8^e
Tour d'argent	5^e

$\bowtie$

Hôtel	*Arr.^{t}*
Mercure	5^e
Balzac	8^e
Mercure	12^e

$=$??

Incertitude

Restaurant	*Arr.^{t}*
Gagnaire	8^e
Tour d'argent	5^e

$\bowtie$

Hôtel	*Arr.^{t}*
Mercure	5^e
Balzac	8^e
Mercure	12^e

$=$??

$\rightarrow$ Le résultat des opérateurs est incertain en termes d'ordre

$\rightarrow$ Quelle sémantique adopter ?

Notre objectif

- Ordre incertain : plusieurs ordres possibles sur les tuples

Notre objectif

- Ordre incertain : plusieurs ordres possibles sur les tuples

Hôtel	*Arr.*^{t}
Mercure	5^e
Balzac	8^e
Mercure	12^e

Hôtel	*Arr.*^{t}
Balzac	8^e
Mercure	5^e
Mercure	12^e

Notre objectif

- Ordre incertain : plusieurs ordres possibles sur les tuples

Hôtel	*Arr.^{t}*
Mercure	5^e
Balzac	8^e
Mercure	12^e

Hôtel	*Arr.^{t}*
Balzac	8^e
Mercure	5^e
Mercure	12^e

$\rightarrow$ Algèbre relationnelle positive : Π, σ, $\cup$, $\times$, constantes

$\rightarrow$ Généraliser la sémantique multiensembliste (bag)

Notre objectif

- Ordre incertain : plusieurs ordres possibles sur les tuples

Hôtel	*Arr.^{t}*
Mercure	5^e
Balzac	8^e
Mercure	12^e

Hôtel	*Arr.^{t}*
Balzac	8^e
Mercure	5^e
Mercure	12^e

$\rightarrow$ Algèbre relationnelle positive : Π, σ, $\cup$, $\times$, constantes

$\rightarrow$ Généraliser la sémantique multiensembliste (bag)

$\rightarrow$ Propager l'ordre !

Table des matières

Axiomes de base

Vide. $\emptyset$ est la relation ordonnée vide

Singleton. $[t]$ est la relation ordonnée à un seul élément t

Total. $\mathbb{N}^{\leq n}$ est l'ordre total $(\langle 0 \rangle, \ldots, \langle n \rangle)$

Axiomes de base

Vide. $\emptyset$ est la relation ordonnée vide

Singleton. $[t]$ est la relation ordonnée à un seul élément t

Total. $\mathbb{N}^{\leq n}$ est l'ordre total $(\langle 0 \rangle, \dots, \langle n \rangle)$

Sélection. σ conserve l'ordre

Projection. π conserve l'ordre (bag)

Axiomes de base

Vide. $\emptyset$ est la relation ordonnée vide

Singleton. $[t]$ est la relation ordonnée à un seul élément t

Total. $\mathbb{N}^{\leq n}$ est l'ordre total $(\langle 0 \rangle, \ldots, \langle n \rangle)$

Sélection. σ conserve l'ordre

Projection. π conserve l'ordre (bag)

Cohérence. Si W_1 et W_2 sont des relations incertaines, $Q(W_1, W_2)$ est exactement l'ensemble des $Q(L_1, L_2)$ pour chaque monde possible L_1 de W_1 et L_2 de W_2

Union et produit

Union. L'union conserve l'ordre des opérandes :
si $t < t'$ dans L_i alors $t < t'$ dans $L_1 \cup L_2$

Union et produit

Union. L'union conserve l'ordre des opérandes :
si $t < t'$ dans L_i alors $t < t'$ dans $L_1 \cup L_2$

$$\begin{array}{c} \hline a \\ b \\ \hline \end{array} \downarrow$$

Union et produit

Union. L'union conserve l'ordre des opérandes :
si $t < t'$ dans L_i alors $t < t'$ dans $L_1 \cup L_2$

$$\begin{array}{c} \hline a \\ b \\ \hline \end{array} \downarrow \quad \bigcup$$

Union et produit

Union. L'union conserve l'ordre des opérandes :
si $t < t'$ dans L_i alors $t < t'$ dans $L_1 \cup L_2$

$$\begin{array}{c} \hline a \\ b \\ \hline \end{array} \downarrow \quad \bigcup \quad \begin{array}{c} \hline a \\ c \\ \hline \end{array} \downarrow$$

Union et produit

Union. L'union **conserve** l'ordre des opérandes :
si $t < t'$ dans L_i alors $t < t'$ dans $L_1 \cup L_2$

$$\begin{array}{c} \hline a \\ b \\ \hline \end{array}\downarrow \quad \bigcup \quad \begin{array}{c} \hline a \\ c \\ \hline \end{array}\downarrow \quad \subseteq$$

Union et produit

Union. L'union conserve l'ordre des opérandes :
si $t < t'$ dans L_i alors $t < t'$ dans $L_1 \cup L_2$

$$\begin{array}{|c}\hline a \\ b \\ \hline\end{array}\!\downarrow \;\bigcup\; \begin{array}{|c}\hline a \\ c \\ \hline\end{array}\!\downarrow \;\subseteq\; \left\{ \qquad\qquad\qquad\qquad \right\}$$

Union et produit

Union. L'union conserve l'ordre des opérandes :
si $t < t'$ dans L_i alors $t < t'$ dans $L_1 \cup L_2$

$$\begin{array}{|c|}\hline a \\ b \\ \hline\end{array}\downarrow \;\cup\; \begin{array}{|c|}\hline a \\ c \\ \hline\end{array}\downarrow \;\subseteq\; \left\{ \begin{array}{|c|}\hline a \\ b \\ a \\ c \\ \hline\end{array}\downarrow, \qquad \right\}$$

Union et produit

Union. L'union conserve l'ordre des opérandes :
si $t < t'$ dans L_i alors $t < t'$ dans $L_1 \cup L_2$

$$\begin{array}{c} a \\ b \end{array}\Big\downarrow \;\cup\; \begin{array}{c} a \\ c \end{array}\Big\downarrow \;\subseteq\; \left\{ \begin{array}{c} a \\ b \\ a \\ c \end{array}\Bigg\downarrow ,\; \begin{array}{c} a \\ a \\ b \\ c \end{array}\Bigg\downarrow , \qquad \right\}$$

Union et produit

Union. L'union **conserve** l'ordre des opérandes :
si $t < t'$ dans L_i alors $t < t'$ dans $L_1 \cup L_2$

$$\left.\begin{array}{c} a \\ b \end{array}\right\downarrow \bigcup \left.\begin{array}{c} a \\ c \end{array}\right\downarrow \subseteq \left\{ \left.\begin{array}{c} a \\ b \\ a \\ c \end{array}\right\downarrow , \left.\begin{array}{c} a \\ a \\ b \\ c \end{array}\right\downarrow , \left.\begin{array}{c} a \\ a \\ c \\ b \end{array}\right\downarrow , \qquad \right\}$$

Union et produit

Union. L'union conserve l'ordre des opérandes :
si $t < t'$ dans L_i alors $t < t'$ dans $L_1 \cup L_2$

$$\begin{array}{c}\hline a\\ b\\ \hline\end{array}\!\downarrow \;\cup\; \begin{array}{c}\hline a\\ c\\ \hline\end{array}\!\downarrow \;\subseteq\; \left\{ \begin{array}{c}\hline a\\ b\\ a\\ c\\ \hline\end{array}\!\downarrow,\; \begin{array}{c}\hline a\\ a\\ b\\ c\\ \hline\end{array}\!\downarrow,\; \begin{array}{c}\hline a\\ a\\ c\\ b\\ \hline\end{array}\!\downarrow,\; \begin{array}{c}\hline a\\ c\\ a\\ b\\ \hline\end{array}\!\downarrow \right\}$$

Union et produit

Union. L'union conserve l'ordre des opérandes :
si $t < t'$ dans L_i alors $t < t'$ dans $L_1 \cup L_2$

$$\begin{array}{c} a \\ b \end{array}\Big\downarrow \;\bigcup\; \begin{array}{c} a \\ c \end{array}\Big\downarrow \;\subseteq\; \left\{ \begin{array}{c} a \\ b \\ a \\ c \end{array}\Bigg\downarrow ,\; \begin{array}{c} a \\ a \\ b \\ c \end{array}\Bigg\downarrow ,\; \begin{array}{c} a \\ a \\ c \\ b \end{array}\Bigg\downarrow ,\; \begin{array}{c} a \\ c \\ a \\ b \end{array}\Bigg\downarrow \right\}$$

Produit. Le produit conserve l'ordre aussi :
si $t_i < t'_i$ dans L_i alors $(t_1, t_2) < (t'_1, t'_2)$ dans $L_1 \times L_2$

Résultats

- Ceci définit une sémantique de l'ordre minimal à propager
- On peut ordonner davantage : produit lexicographique, etc.

Résultats

- Ceci définit une sémantique de l'ordre minimal à propager
- On peut ordonner davantage : produit lexicographique, etc.

- Choix d'opérateurs : σ, Π, $\times$ minimal, $\times$ lexicographique, $\cup$

Théorème

Retirer l'un des deux produits réduit l'expressivité

Représentation efficace

- Ordres totaux à n éléments $L = (0, \ldots, n)$ et $L' = (0', \ldots, n')$
- $L \cup L'$ a un nombre exponentiel de mondes possibles

Représentation efficace

- Ordres totaux à n éléments $L = (0, \ldots, n)$ et $L' = (0', \ldots, n')$
- $L \cup L'$ a un nombre exponentiel de mondes possibles

- Idée : po-relations, partiellement ordonnées

$\rightarrow$ Liste d'ordres possibles $\Rightarrow$ ordre partiel sur les tuples

Représentation efficace

- Ordres totaux à n éléments $L = (0, \ldots, n)$ et $L' = (0', \ldots, n')$
- $L \cup L'$ a un nombre exponentiel de mondes possibles

- Idée : po-relations, partiellement ordonnées

$\rightarrow$ Liste d'ordres possibles $\Rightarrow$ ordre partiel sur les tuples

Hôtel	*Arr.*^{t}
Mercure	5^e
Balzac	8^e
Mercure	12^e

Hôtel	*Arr.*^{t}
Balzac	8^e
Mercure	5^e
Mercure	12^e

Représentation efficace

- Ordres totaux à n éléments $L = (0, \ldots, n)$ et $L' = (0', \ldots, n')$
- $L \cup L'$ a un nombre exponentiel de mondes possibles

- Idée : po-relations, partiellement ordonnées

$\rightarrow$ Liste d'ordres possibles $\Rightarrow$ ordre partiel sur les tuples

Hôtel	*Arr.*^{t}
Mercure	5^{e}
Balzac	8^{e}
Mercure	12^{e}

Hôtel	*Arr.*^{t}
Balzac	8^{e}
Mercure	5^{e}
Mercure	12^{e}

$$\begin{tikzcd}
(\text{Mercure}, 5) \arrow[dr] & & (\text{Balzac}, 8) \arrow[dl] \\
& (\text{Mercure}, 12) &
\end{tikzcd}$$

Résultats

- Tous les ordres incertains ne sont pas représentables

Résultats

- Tous les ordres incertains ne sont pas représentables

$$\left\{ \begin{array}{c} \hline a \\ b \\ c \\ \hline \end{array}\downarrow , \quad \begin{array}{c} \hline c \\ b \\ a \\ \hline \end{array}\downarrow \right\}$$

Résultats

- Tous les ordres incertains ne sont pas représentables

$$\left\{ \begin{array}{c}\hline a\\ b\\ c\\ \hline\end{array}\Bigg\downarrow \; , \; \begin{array}{c}\hline c\\ b\\ a\\ \hline\end{array}\Bigg\downarrow \right\} \Rightarrow$$

Résultats

- Tous les ordres incertains ne sont pas représentables

$$\left\{ \begin{array}{c} \hline a \\ b \\ c \\ \hline \end{array}\Bigg\downarrow \; , \; \begin{array}{c} \hline c \\ b \\ a \\ \hline \end{array}\Bigg\downarrow \right\} \Rightarrow \quad ??$$

Résultats

- Tous les ordres incertains ne sont pas représentables

$$\left\{ \begin{array}{c} \overline{} \\ a \\ b \\ c \\ \overline{} \end{array}\Big\downarrow \;,\; \begin{array}{c} \overline{} \\ c \\ b \\ a \\ \overline{} \end{array}\Big\downarrow \right\} \Rightarrow \quad ??$$

Théorème

Si on applique nos opérateurs à des po-relations :

$\rightarrow$ *Le résultat est toujours une po-relation*

$\rightarrow$ *À requête fixée, il est calculable en temps polynomial*

Table des matières

Motivation et difficultés

- Étendre l'algèbre pour utiliser l'ordre :
  - "Quelle est la valeur du premier tuple ?"
  - "Quelle est la note totale des 3 premiers tuples ?"
  - "Est-ce que Gagnaire et Épicure sont toujours avant Tsukizi ?"

Motivation et difficultés

- Étendre l'algèbre pour utiliser l'ordre :
  - "Quelle est la valeur du premier tuple ?"
  - "Quelle est la note totale des 3 premiers tuples ?"
  - "Est-ce que Gagnaire et Épicure sont toujours avant Tsukizi ?"

- Problème de compositionalité
  - $W' := \sigma_{\text{premier tuple}}(W)$

  $\rightarrow$ Les tuples de W' sont incertains, pas juste l'ordre !

Motivation et difficultés

- Étendre l'algèbre pour utiliser l'ordre :
  - "Quelle est la valeur du premier tuple ?"
  - "Quelle est la note totale des 3 premiers tuples ?"
  - "Est-ce que Gagnaire et Épicure sont toujours avant Tsukizi ?"
- Problème de compositionalité
  - $W' := \sigma_{\text{premier tuple}}(W)$

  → Les tuples de W' sont incertains, pas juste l'ordre !

→ Agrégation expressive mais seulement en dernière opération

Définition formelle

- Monoïde pour l'agrégation $(M, \oplus, \epsilon)$:
  - $\oplus$ est associatif (pas toujours commutatif)
  - ϵ est neutre
- h envoie les tuples vers M

$\rightarrow$ M et h définissent un opérateur d'agrégation

Définition formelle

- Monoïde pour l'agrégation $(M, \oplus, \epsilon)$:
  - $\oplus$ est associatif (pas toujours commutatif)
  - ϵ est neutre
- h envoie les tuples vers M

$\rightarrow$ M et h définissent un opérateur d'agrégation

Cohérence. L'agrégat d'un W incertain est l'ensemble des agrégats de L pour $L \in W$

Définition formelle

- Monoïde pour l'agrégation $(M, \oplus, \epsilon)$:
  - $\oplus$ est associatif (pas toujours commutatif)
  - ϵ est neutre
- h envoie les tuples vers M

$\rightarrow$ M et h définissent un opérateur d'agrégation

Cohérence. L'agrégat d'un W incertain est l'ensemble des agrégats de L pour $L \in W$

- L'agrégat de $\emptyset$ est ϵ
- L'agrégat de $(t_1, \ldots, t_n)$ est $h(t_1) \oplus \cdots \oplus h(t_n)$

Utilisation

- Difficile d'avoir un système de représentation

$\rightarrow$ Étude de la possibilité et de la certitude

Utilisation

- Difficile d'avoir un système de représentation

$\rightarrow$ Étude de la possibilité et de la certitude

`POSS.` $v \in M$ est-il un agrégat possible de W ?

`CERT.` $v \in M$ est-il le seul agrégat de W ?

Utilisation

- Difficile d'avoir un système de représentation

$\rightarrow$ Étude de la possibilité et de la certitude

POSS. $v \in M$ est-il un agrégat possible de W ?

CERT. $v \in M$ est-il le seul agrégat de W ?

$\rightarrow$ Quelle complexité pour ce problème ?

Résultats

Théorème

CERT *est NP-dur en général*

Résultats

Théorème

`CERT` *est NP-dur en général*

Théorème

`CERT` *est PTIME sans agrégation*
(L est-il le seul ordre possible ?)

Résultats

Théorème

CERT *est NP-dur en général*

Théorème

CERT *est PTIME sans agrégation*
(L est-il le seul ordre possible ?)

Théorème

CERT *PTIME pour M annulable :*

Résultats

Théorème

`CERT` *est NP-dur en général*

Théorème

`CERT` *est PTIME sans agrégation*
(L est-il le seul ordre possible ?)

Théorème

`CERT` *PTIME pour M annulable :*
pour tous $a, b, c \in M$,

- *si $a \cdot c = b \cdot c$ alors $a = b$*
- *si $c \cdot a = c \cdot b$ alors $a = b$*

Résultats

Théorème

CERT *est NP-dur en général*

Théorème

CERT *est PTIME sans agrégation*
(L est-il le seul ordre possible ?)

Théorème

CERT *PTIME pour M annulable :*
pour tous $a, b, c \in M$,

- *si* $a \cdot c = b \cdot c$ *alors* $a = b$
- *si* $c \cdot a = c \cdot b$ *alors* $a = b$

$\rightarrow$ *géneralise les groupes*

Résultats

Théorème

CERT *est NP-dur en général*

Théorème

CERT *est PTIME sans agrégation (L est-il le seul ordre possible ?)*

Théorème

CERT *PTIME pour M annulable : pour tous $a, b, c \in M$,*

- *si* $a \cdot c = b \cdot c$ *alors* $a = b$
- *si* $c \cdot a = c \cdot b$ *alors* $a = b$

$\rightarrow$ *géneralise les groupes*

Théorème

POSS *est NP-dur en général*

Résultats

Théorème

CERT *est NP-dur en général*

Théorème

CERT *est PTIME sans agrégation*
(L est-il le seul ordre possible ?)

Théorème

CERT *PTIME pour M annulable :*
pour tous $a, b, c \in M$,

- *si $a \cdot c = b \cdot c$ alors $a = b$*
- *si $c \cdot a = c \cdot b$ alors $a = b$*

$\rightarrow$ *géneralise les groupes*

Théorème

POSS *est NP-dur en général*

- $Q := L \times L'$
- L et L' totalement ordonnés
- Trois valeurs a, b et c
- Pas d'agrégation

Résultats

Théorème

$\texttt{CERT}$ *est NP-dur en général*

Théorème

$\texttt{CERT}$ *est PTIME sans agrégation (L est-il le seul ordre possible ?)*

Théorème

$\texttt{CERT}$ *PTIME pour M annulable : pour tous* $a, b, c \in M$,

- *si* $a \cdot c = b \cdot c$ *alors* $a = b$
- *si* $c \cdot a = c \cdot b$ *alors* $a = b$

$\rightarrow$ *géneralise les groupes*

Théorème

$\texttt{POSS}$ *est NP-dur en général*

- $Q := L \times L'$
- L et L' totalement ordonnés
- Trois valeurs a, b et c
- Pas d'agrégation

$\rightarrow$ UNARY-3-PARTITION

Préservation de mesures de complexité

Comment rendre `POSS` tractable ?

→ Les tables d'entrée sont simples

- Totalement ordonnées
- Non ordonnées
- “Presque pas” ou “presque totalement” ordonnées

Préservation de mesures de complexité

Comment rendre POSS tractable ?

→ Les tables d'entrée sont simples

- Totalement ordonnées
- Non ordonnées
- "Presque pas" ou "presque totalement" ordonnées

→ Certains opérateurs préservent la simplicité

- Pour Q fixé, simplicité de $Q(R)$ bornée par celle de R

Préservation de mesures de complexité

Comment rendre POSS tractable ?

→ Les tables d'entrée sont simples

- Totalement ordonnées
- Non ordonnées
- "Presque pas" ou "presque totalement" ordonnées

→ Certains opérateurs préservent la simplicité

- Pour Q fixé, simplicité de $Q(R)$ bornée par celle de R

→ POSS et CERT tractables à simplicité fixée

Préservation de mesures de complexité

Comment rendre POSS tractable ?

→ Les tables d'entrée sont simples

- Totalement ordonnées
- Non ordonnées
- "Presque pas" ou "presque totalement" ordonnées

→ Certains opérateurs préservent la simplicité

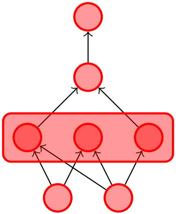
- Pour Q fixé, simplicité de $Q(R)$ bornée par celle de R

→ POSS et CERT tractables à simplicité fixée

La théorie des ordres partiels fournit de telles mesures

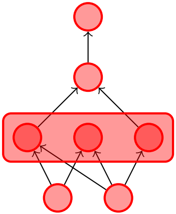
Largeur

- Largeur d'une po-relation : plus grande antichaîne (ensemble de tuples incomparables deux à deux)
  - → Totalement ordonné : largeur 1
  - → (Non ordonné : largeur non bornée)



Largeur

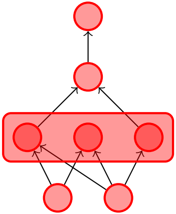
- Largeur d'une po-relation : plus grande antichaîne (ensemble de tuples incomparables deux à deux)
  - $\rightarrow$ Totalement ordonné : largeur 1
  - $\rightarrow$ (Non ordonné : largeur non bornée)



- Tous les opérateurs sauf $\times$ minimal préservent la largeur

Largeur

- Largeur d'une po-relation : plus grande antichaîne (ensemble de tuples incomparables deux à deux)
  - → Totalement ordonné : largeur 1
  - → (Non ordonné : largeur non bornée)
- Tous les opérateurs sauf × minimal préservent la largeur



Théorème

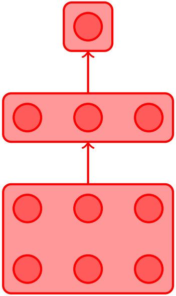
`POSS` et `CERT` tractables à largeur bornée

→ programmation dynamique suivant une partition en chaînes

→ (sans agrégation, ou agrégation sur domaine borné)

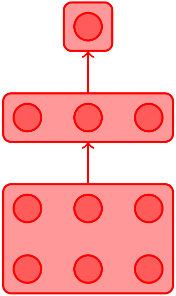
Partition en antichaînes indistinguables (nouveau !)

- Partition en antichaînes indistinguables d'une po-relation :
  - Chaque classe est une antichaîne
  - L'ordre est exactement l'ordre entre les classes



Partition en antichaînes indistinguables (nouveau !)

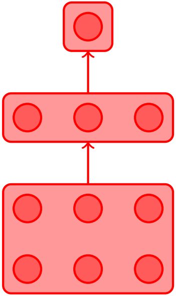
- Partition en antichaînes indistinguables d'une po-relation :
  - Chaque classe est une antichaîne
  - L'ordre est exactement l'ordre entre les classes



- IA-largeur : nombre de classes
  - → Non ordonné : partition en une classe
  - → (Totalement ordonné : non borné)

Partition en antichaînes indistinguables (nouveau !)

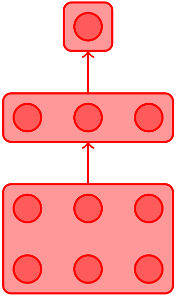
- Partition en antichaînes indistinguables d'une po-relation :
  - Chaque classe est une antichaîne
  - L'ordre est exactement l'ordre entre les classes



- IA-largeur : nombre de classes
  - → Non ordonné : partition en une classe
  - → (Totalement ordonné : non borné)
- Tous les opérateurs préservent l'ia-largeur

Partition en antichaînes indistinguables (nouveau !)

- Partition en antichaînes indistinguables d'une po-relation :
  - Chaque classe est une antichaîne
  - L'ordre est exactement l'ordre entre les classes



- IA-largeur : nombre de classes
  - → Non ordonné : partition en une classe
  - → (Totalement ordonné : non borné)
- Tous les opérateurs préservent l'ia-largeur

Théorème

POSS et CERT tractables à ia-largeur bornée

→ bruteforce sur les ordres inter-classes, puis glouton

→ (sans agrégation, ou agrégation sur domaine borné)

Table des matières

Directions futures : sémantique non-multiensembliste

- Parfois, c'est pertinent de conserver les tuples en double
- Parfois, il faudrait les intégrer

Directions futures : sémantique non-multiensembliste

- Parfois, c'est pertinent de conserver les tuples en double
- Parfois, il faudrait les intégrer

Cas facile

a
b
b
c

Directions futures : sémantique non-multiensembliste

- Parfois, c'est pertinent de conserver les tuples en double
- Parfois, il faudrait les intégrer

Cas facile

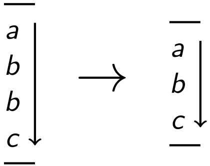
a
b
b
c

$\longrightarrow$

Directions futures : sémantique non-multiensembliste

- Parfois, c'est pertinent de conserver les tuples en double
- Parfois, il faudrait les intégrer

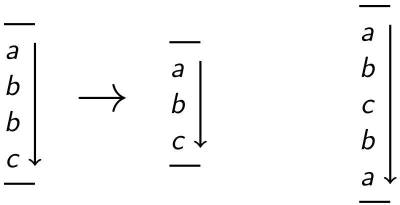
Cas facile



Directions futures : sémantique non-multiensembliste

- Parfois, c'est pertinent de conserver les tuples en double
- Parfois, il faudrait les intégrer

Cas facile **Cas difficile**



Directions futures : sémantique non-multiensembliste

- Parfois, c'est pertinent de conserver les tuples en double
- Parfois, il faudrait les intégrer

Cas facile

$$\begin{array}{c} a \\ b \\ b \\ c \end{array} \longrightarrow \begin{array}{c} a \\ b \\ c \end{array}$$

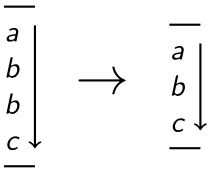
Cas difficile

$$\begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ b \\ a \end{array} \longrightarrow$$

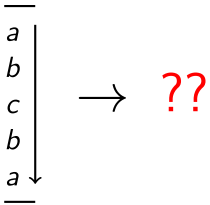
Directions futures : sémantique non-multiensembliste

- Parfois, c'est pertinent de conserver les tuples en double
- Parfois, il faudrait les intégrer

Cas facile



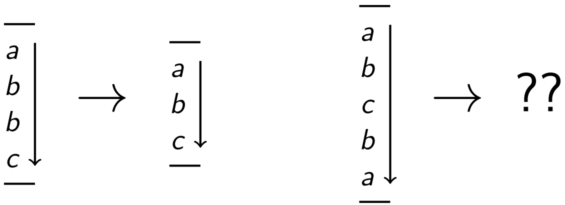
Cas difficile



Directions futures : sémantique non-multiensembliste

- Parfois, c'est pertinent de conserver les tuples en double
- Parfois, il faudrait les intégrer

Cas facile **Cas difficile**



- Considérer les cas possibles faciles, échouer sinon

→ Critère simple, PTIME, et compositionnel avec les po-relations

→ Meilleure solution ?

Bilan et autres directions

- Sémantique multiensembliste pour l'algèbre relationnelle positive sur des relations avec ordre incertain sur les tuples
  - Les opérateurs préservent l'ordre
  - Sur les relations incertaines, on définit monde par monde
- Système de représentation efficace : po-relations
- Agrégation comme dernière opération
  - Complexité de décider possibilité et certitude
- Bornes d'expressivité via la théorie des ordres partiels

Bilan et autres directions

- Sémantique multiensembliste pour l'algèbre relationnelle positive sur des relations avec ordre incertain sur les tuples
  - Les opérateurs préservent l'ordre
  - Sur les relations incertaines, on définit monde par monde
- Système de représentation efficace : po-relations
- Agrégation comme dernière opération
  - Complexité de décider possibilité et certitude
- Bornes d'expressivité via la théorie des ordres partiels

- Davantage d'opérateurs ? (Map, group-by, etc.)
- Sémantique ensembliste ?
- Combiner avec l'incertitude sur les valeurs ?
- Autres résultats pour POSS/CERT ? (Groupes finis, etc.)

Bilan et autres directions

- Sémantique multiensembliste pour l'algèbre relationnelle positive sur des relations avec ordre incertain sur les tuples
  - Les opérateurs préservent l'ordre
  - Sur les relations incertaines, on définit monde par monde
- Système de représentation efficace : po-relations
- Agrégation comme dernière opération
  - Complexité de décider possibilité et certitude
- Bornes d'expressivité via la théorie des ordres partiels

- Davantage d'opérateurs ? (Map, group-by, etc.)
- Sémantique ensembliste ?
- Combiner avec l'incertitude sur les valeurs ?
- Autres résultats pour POSS/CERT ? (Groupes finis, etc.)

Merci pour votre attention !