

# Déterminer la possibilité en XML probabiliste

**Antoine Amarilli**

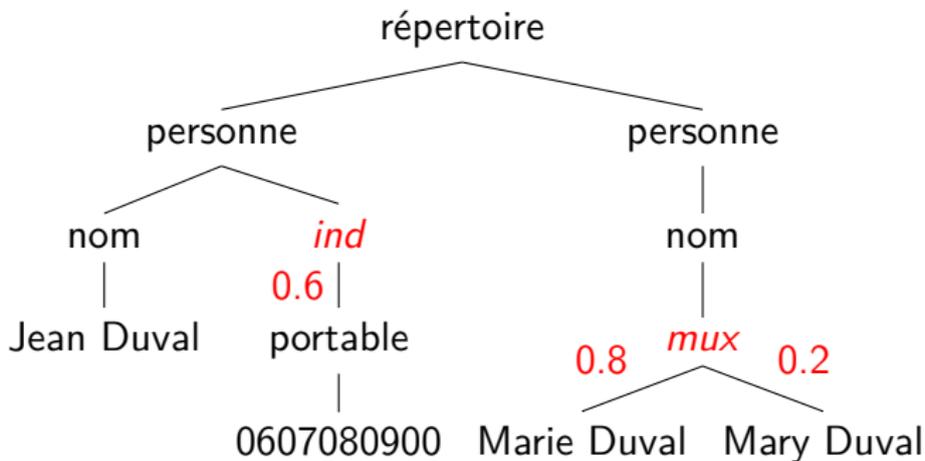
Télécom ParisTech

17 octobre 2014



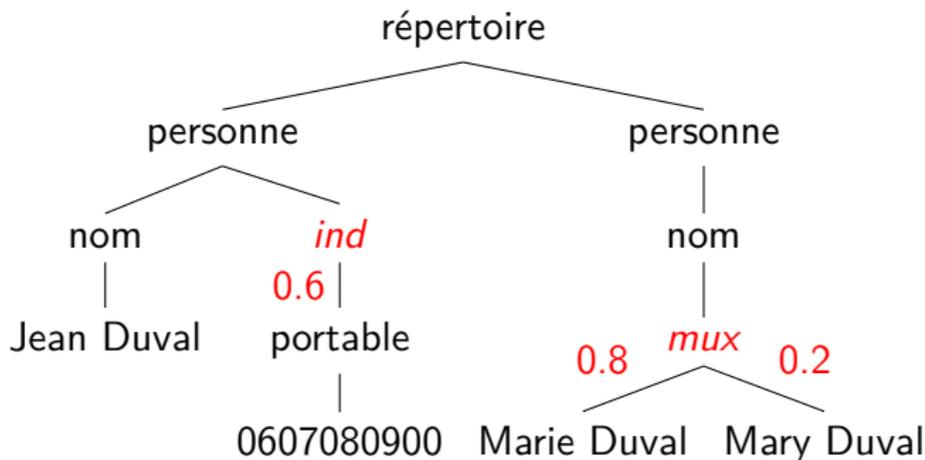
# XML probabiliste

Représenter l'**incertitude** sur le contenu d'un document XML.



# XML probabiliste

Représenter l'**incertitude** sur le contenu d'un document XML.



Sémantique : **distribution de probabilités** sur des documents.

# Formalismes locaux : sémantique des mondes possibles



## Formalismes locaux : sémantique des mondes possibles

 $\Rightarrow$ 

$$1 - \alpha - \beta$$

$r$

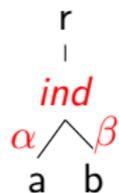


## Formalismes locaux : sémantique des mondes possibles



⇒

$1 - \alpha - \beta$   
r



## Formalismes locaux : sémantique des mondes possibles



⇒

$$\begin{array}{c}
 1 - \alpha - \beta \\
 r
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \alpha \\
 r \\
 | \\
 a
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \beta \\
 r \\
 | \\
 b
 \end{array}$$



⇒

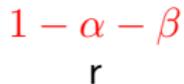
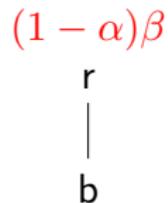
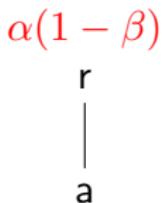
$$\begin{array}{c}
 (1 - \alpha)(1 - \beta) \\
 r
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \alpha(1 - \beta) \\
 r \\
 | \\
 a
 \end{array}$$

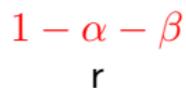
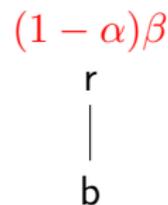
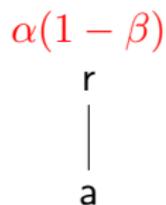
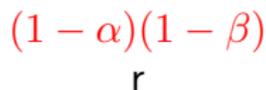
$$\begin{array}{c}
 (1 - \alpha)\beta \\
 r \\
 | \\
 b
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 \alpha\beta \\
 r \\
 \wedge \\
 \begin{array}{cc}
 a & b
 \end{array}
 \end{array}$$

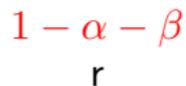
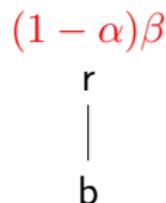
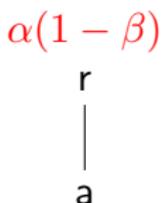
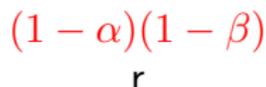
## Formalismes locaux : sémantique des mondes possibles


 $\Rightarrow$ 

 $\Rightarrow$ 


## Formalismes locaux : sémantique des mondes possibles


 $\Rightarrow$ 

 $\Rightarrow$ 

 $\Rightarrow$ 


## Formalismes locaux : sémantique des mondes possibles


 $\Rightarrow$ 

 $\Rightarrow$ 

 $\Rightarrow$ 


**Attention** : on impose  $\alpha < 1$ ,  $\beta < 1$  pour *ind*.

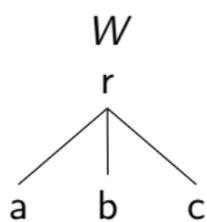
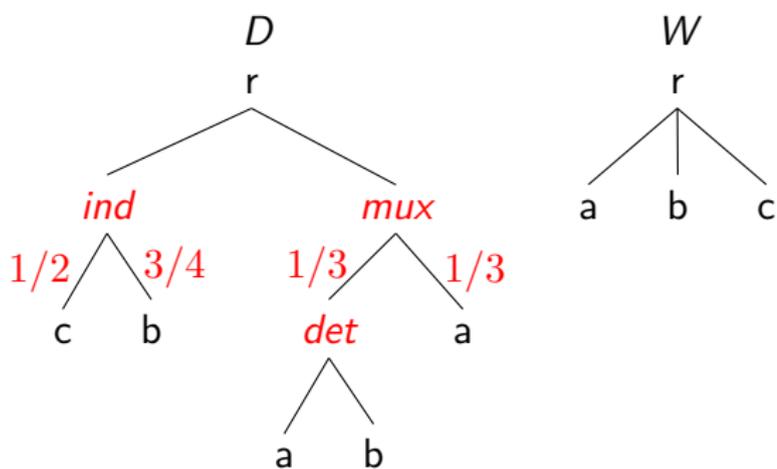
## Problème de la possibilité (POSS)

- Étant donné :
  - un document probabiliste  $D$
  - un document déterministe  $W$
- $W$  est-il un monde possible de  $D$ ?
- Si oui, avec quelle probabilité?

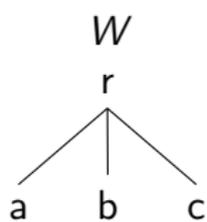
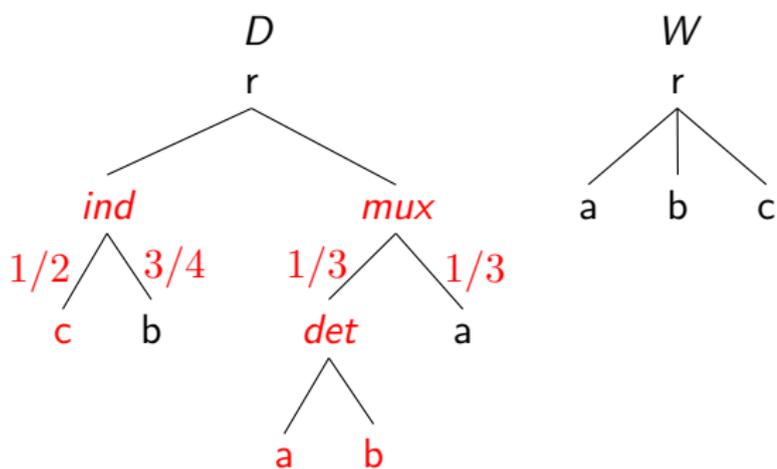
# Problème de la possibilité (POSS)

- Étant donné :
    - un document probabiliste  $D$
    - un document déterministe  $W$
  - $W$  est-il un monde possible de  $D$ ?
  - Si oui, avec quelle probabilité?
- Complexité de ce problème ?
- Types de nœuds autorisés
  - Documents ordonnés ou non
  - Décision ou calcul

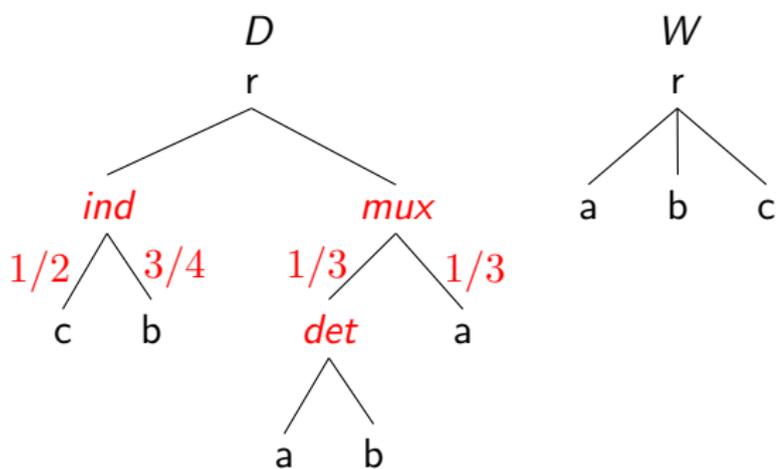
# Exemple



# Exemple



# Exemple



→ OK si  $D$  et  $W$  sont **non ordonnés**

# Table des matières

- 1 Introduction
- 2 Résultats connus**
- 3 Documents non ordonnés
- 4 Non-ambiguïté
- 5 Conclusion

## Appartenance à NP et $FP^{\#P}$

- Deviner une **occurrence** de  $W$  dans  $D$
- Deviner une **issue** pour chaque choix probabiliste
- Vérifier que l'occurrence est **réalisée** par la valuation

## Appartenance à NP et $FP^{\#P}$

- Deviner une **occurrence** de  $W$  dans  $D$
  - Deviner une **issue** pour chaque choix probabiliste
  - Vérifier que l'occurrence est **réalisée** par la valuation
- La décision de la possibilité est **dans NP**
- Le calcul de la probabilité est **dans  $FP^{\#P}$**  (similaire)

# Tractable pour les documents avec ordre

- Algo PTIME pour **calculer** la probabilité
  - Intuitivement :
    - tester la correspondance entre les **séquences de nœuds frères**
    - **algorithme dynamique** pour tester à chaque niveau
- Découle des résultats sur les **automates d'arbres déterministes** sur XML probabiliste : COHEN, KIMELFELD et SAGIV 2009

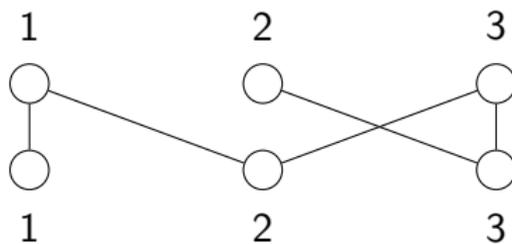
## Tractable pour les documents avec ordre

- Algo PTIME pour **calculer** la probabilité
- Intuitivement :
  - tester la correspondance entre les **séquences de nœuds frères**
  - **algorithme dynamique** pour tester à chaque niveau
- Découle des résultats sur les **automates d'arbres déterministes** sur XML probabiliste : COHEN, KIMELFELD et SAGIV 2009
- Seulement pour les documents **ordonnés** !

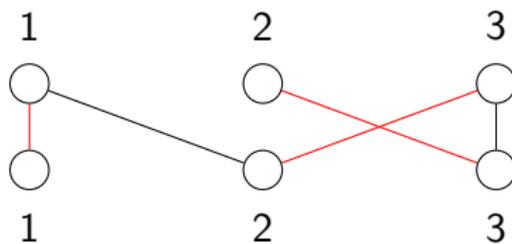
# Table des matières

- 1 Introduction
- 2 Résultats connus
- 3 Documents non ordonnés**
- 4 Non-ambiguïté
- 5 Conclusion

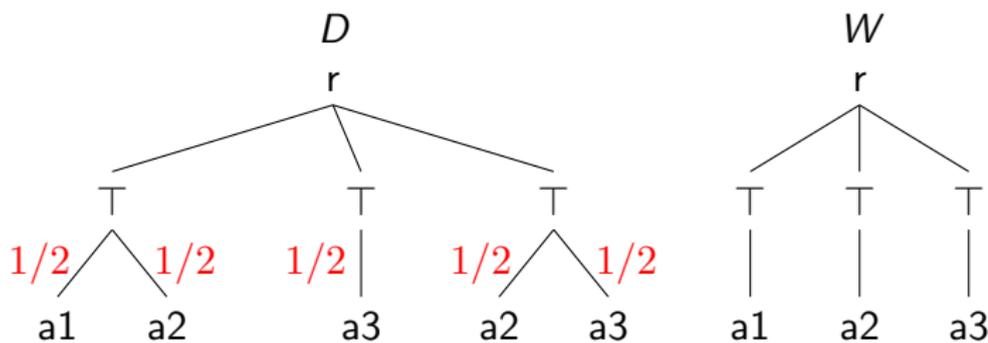
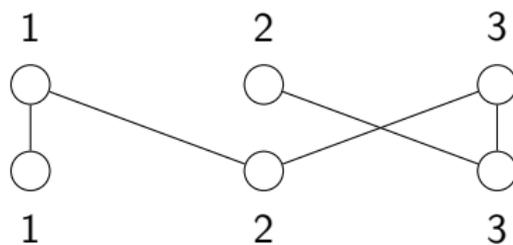
Le calcul est #P-dur pour *ind* ou *mux*

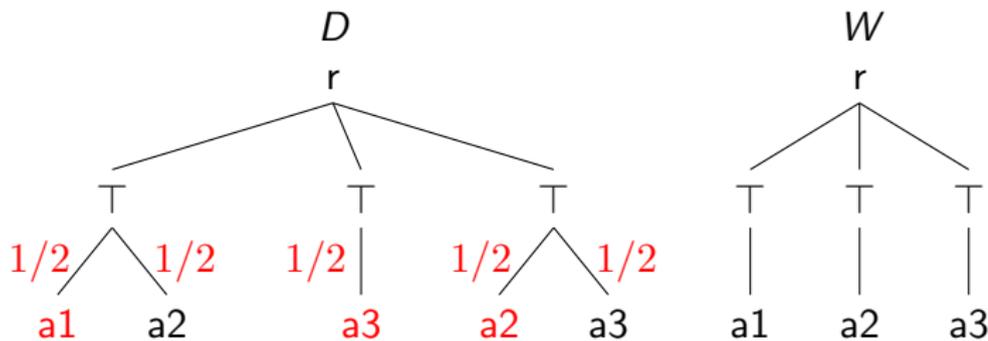
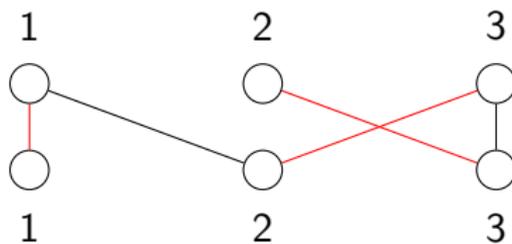


Le calcul est  $\#P$ -dur pour *ind* ou *mux*

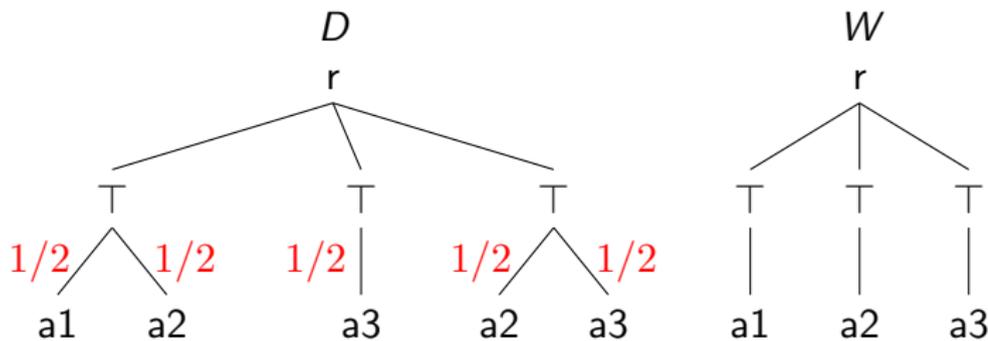
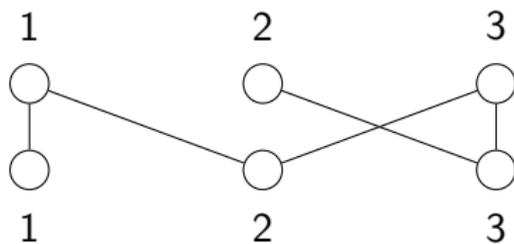


# Le calcul est #P-dur pour *ind* ou *mux*



Le calcul est #P-dur pour *ind* ou *mux*

# Le calcul est #P-dur pour *ind* ou *mux*



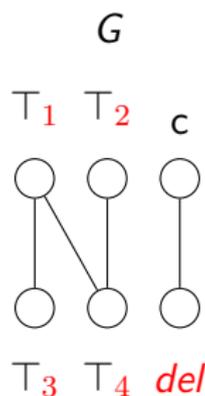
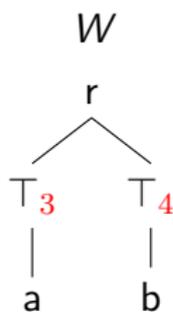
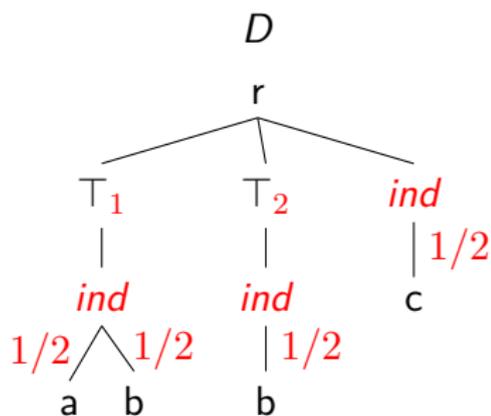
- Probabilité d'une correspondance : nombre de **couplages parfaits** divisé par  $2^n$
- Calcul #P-dur pour *ind* ou *mux* sans ordre

## Décision en PTIME pour *ind* ou *mux*

- Vérification **dynamique** entre les paires de nœuds de  $D$  et  $W$ 
  - Construire un **graphe biparti** selon la compatibilité des enfants
  - Ajout de **nœuds fictifs** pour représenter les suppressions
  - Vérifier si le graphe a un **couplage parfait** (PTIME)

# Décision en PTIME pour *ind* ou *mux*

- Vérification **dynamique** entre les paires de nœuds de  $D$  et  $W$ 
  - Construire un **graphe biparti** selon la compatibilité des enfants
  - Ajout de **nœuds fictifs** pour représenter les suppressions
  - Vérifier si le graphe a un **couplage parfait** (PTIME)



# Décision NP-dure pour deux parmi *ind*, *mux*, *det*

- Avec *det*, réduction depuis la **couverture**
  - $S = \{S_i\}$ ,  $S_i = \{s_j^i\}$
  - Y a-t-il  $T \subseteq S$  tel que  $\bigcup T = \bigcup S$ ?

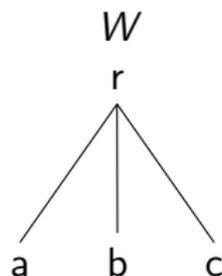
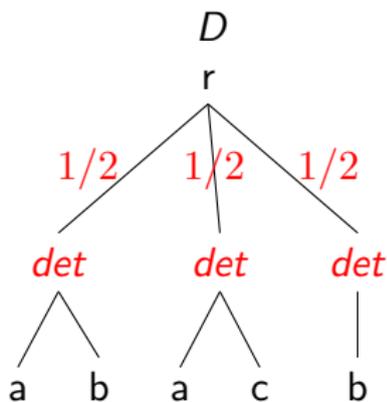
# Décision NP-dure pour deux parmi *ind*, *mux*, *det*

- Avec *det*, réduction depuis la **couverture exacte**
  - $S = \{S_i\}$ ,  $S_i = \{s_j^i\}$
  - Y a-t-il  $T \subseteq S$  tel que  $\bigcup T = \bigcup S$  **sans doublons**?

# Décision NP-dure pour deux parmi *ind*, *mux*, *det*

- Avec *det*, réduction depuis la **couverture exacte**
  - $S = \{S_i\}$ ,  $S_i = \{s_j^i\}$
  - Y a-t-il  $T \subseteq S$  tel que  $\bigcup T = \bigcup S$  **sans doublons**?

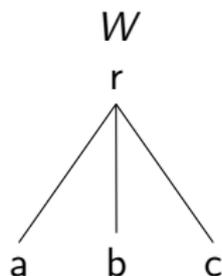
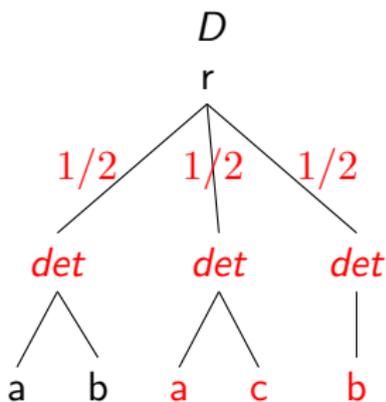
$$S = \{\{a, b\}, \\ \{a, c\}, \\ \{b\}\}$$



# Décision NP-dure pour deux parmi *ind*, *mux*, *det*

- Avec *det*, réduction depuis la **couverture exacte**
  - $S = \{S_i\}$ ,  $S_i = \{s_j^i\}$
  - Y a-t-il  $T \subseteq S$  tel que  $\bigcup T = \bigcup S$  **sans doublons**?

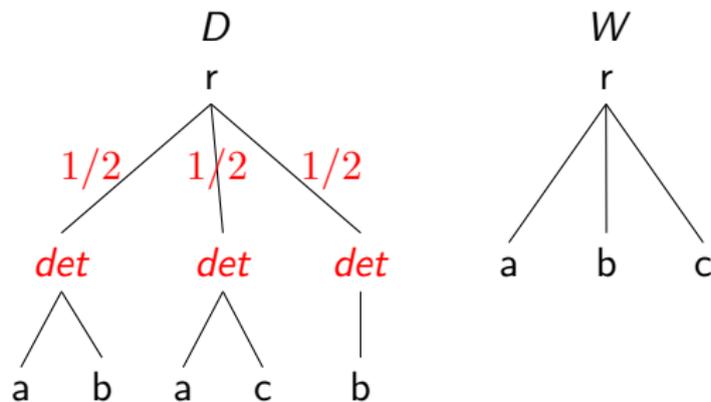
$$S = \{\{a, b\},$$
$$\{a, c\},$$
$$\{b\}\}$$



# Décision NP-dure pour deux parmi *ind*, *mux*, *det*

- Avec *det*, réduction depuis la **couverture exacte**
  - $S = \{S_i\}$ ,  $S_i = \{s_j^i\}$
  - Y a-t-il  $T \subseteq S$  tel que  $\bigcup T = \bigcup S$  **sans doublons**?

$$S = \{\{a, b\}, \\ \{a, c\}, \\ \{b\}\}$$



## Décision NP-dure pour deux parmi *ind*, *mux*, *det* (suite)

- Avec *ind* et *mux*, réduction depuis SAT

## Décision NP-dure pour deux parmi *ind*, *mux*, *det* (suite)

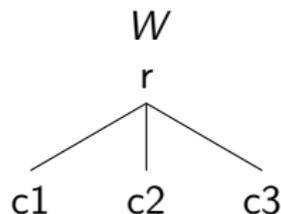
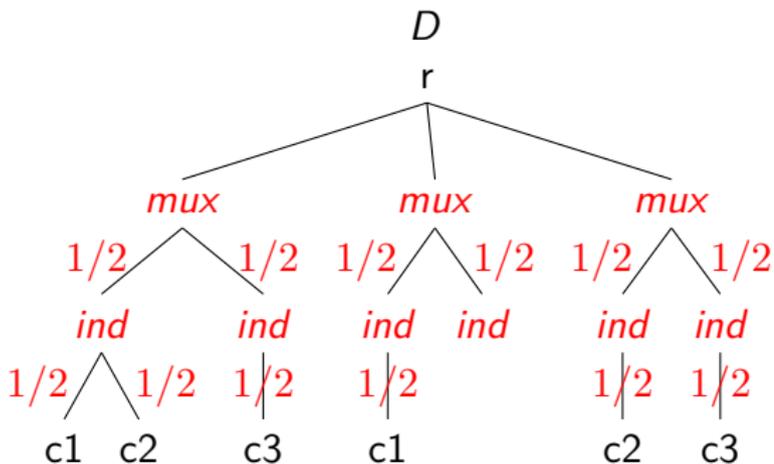
- Avec *ind* et *mux*, réduction depuis SAT
- $F = (a \vee b \vee \neg c) \wedge (a \vee c) \wedge (\neg a)$

## Décision NP-dure pour deux parmi *ind*, *mux*, *det* (suite)

- Avec *ind* et *mux*, réduction depuis SAT
- $F = (a \vee b \vee \neg c) \wedge (a \vee c) \wedge (\neg a)$ 
  - $a$  : clauses 1 et 2, ou clause 3
  - $b$  : clause 1, ou rien
  - $c$  : clause 2, ou clause 3

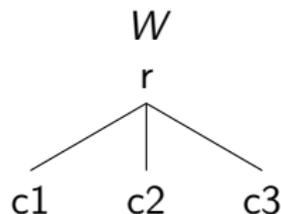
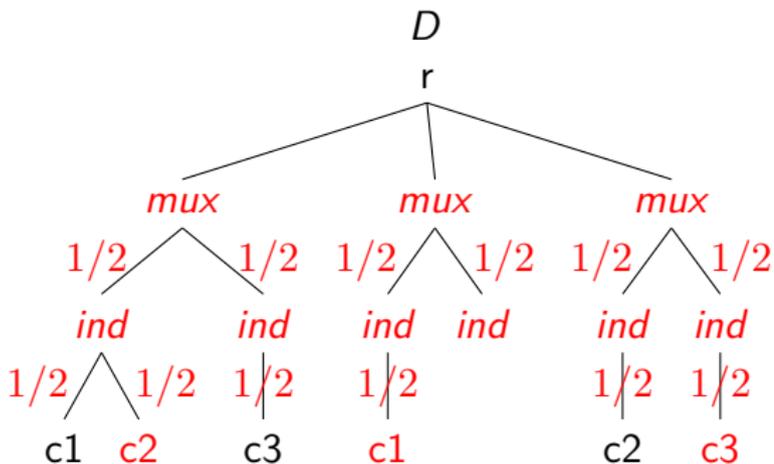
# Décision NP-dure pour deux parmi *ind*, *mux*, *det* (suite)

- Avec *ind* et *mux*, réduction depuis SAT
- $F = (a \vee b \vee \neg c) \wedge (a \vee c) \wedge (\neg a)$ 
  - $a$  : clauses 1 et 2, ou clause 3
  - $b$  : clause 1, ou rien
  - $c$  : clause 2, ou clause 3



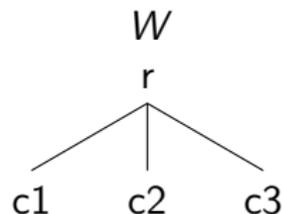
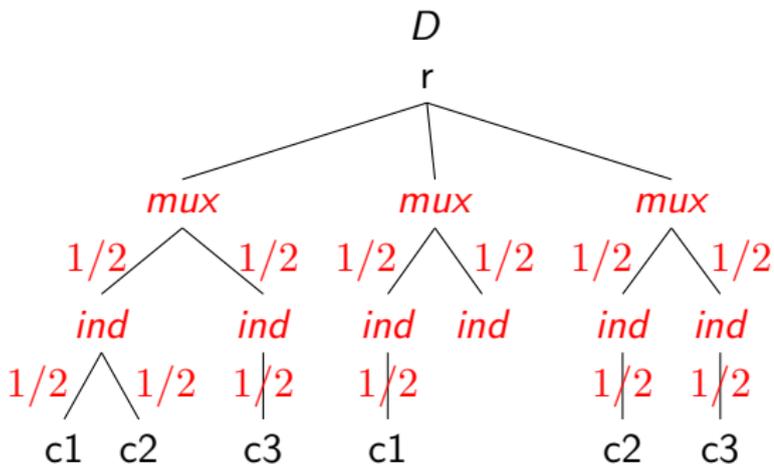
# Décision NP-dure pour deux parmi *ind*, *mux*, *det* (suite)

- Avec *ind* et *mux*, réduction depuis SAT
- $F = (a \vee b \vee \neg c) \wedge (a \vee c) \wedge (\neg a)$ 
  - $a$  : clauses 1 et 2, ou clause 3
  - $b$  : clause 1, ou rien
  - $c$  : clause 2, ou clause 3



# Décision NP-dure pour deux parmi *ind*, *mux*, *det* (suite)

- Avec *ind* et *mux*, réduction depuis SAT
- $F = (a \vee b \vee \neg c) \wedge (a \vee c) \wedge (\neg a)$ 
  - $a$  : clauses 1 et 2, ou clause 3
  - $b$  : clause 1, ou rien
  - $c$  : clause 2, ou clause 3



# Table des matières

- 1 Introduction
- 2 Résultats connus
- 3 Documents non ordonnés
- 4 Non-ambiguïté**
- 5 Conclusion

# Non-ambiguïté

- $D$  est **non-ambigu** si les nœuds portent des étiquettes **uniques**  
→ Il y a **une seule façon au plus** d'obtenir  $W$ !

# Non-ambiguïté

- $D$  est **non-ambigu** si les nœuds portent des étiquettes **uniques**
- Il y a **une seule façon au plus** d'obtenir  $W$ !
- Tous les **modèles locaux** sont tractables (imposer un ordre)

# Non-ambiguïté

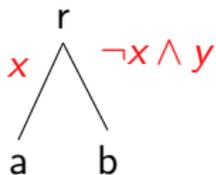
- $D$  est **non-ambigu** si les nœuds portent des étiquettes **uniques**
- Il y a **une seule façon au plus** d'obtenir  $W$ !
- Tous les **modèles locaux** sont tractables (imposer un ordre)
- Peut-on autoriser des **corrélations**?

# Modèle avec événements : *cie*

---

x	0.7
y	0.4

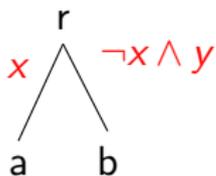
---



- **Distribution de probabilités** sur les événements
- Tirer les événements **indépendamment**
- Arêtes avec des **conjonctions** d'événements
- **Supprimer** les arêtes avec des formules fausses

# Modèle avec événements : *cie*

x	0.7
y	0.4



- **Distribution de probabilités** sur les événements
  - Tirer les événements **indépendamment**
  - Arêtes avec des **conjonctions** d'événements
  - **Supprimer** les arêtes avec des formules fausses
- Capture *ind*, *mux*, *det*

# POSS NP-dur pour *cie* même sans ambiguïté

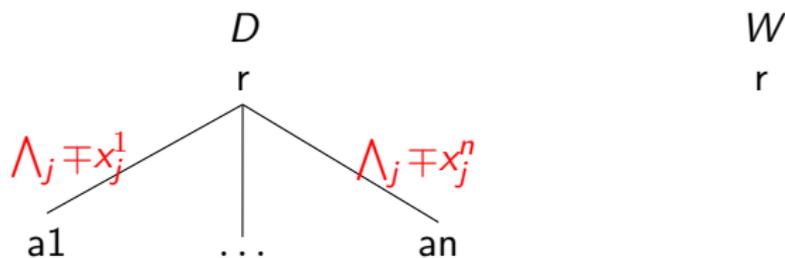
- $F = \bigwedge_i \bigvee_j \pm x_j^i$  in CNF

# POSS NP-dur pour *cie* même sans ambiguïté

- $F = \bigwedge_i \bigvee_j \pm x_j^i$  in CNF
- Équivalent à :  $\bigwedge_i \neg \bigwedge_j \mp x_j^i$

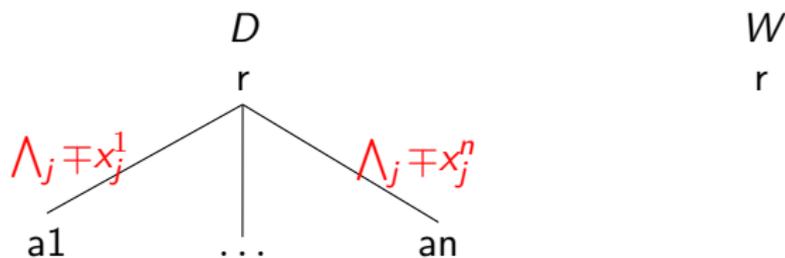
# POSS NP-dur pour *cie* même sans ambiguïté

- $F = \bigwedge_i \bigvee_j \pm x_j^i$  in CNF
- Équivalent à :  $\bigwedge_i \neg \bigwedge_j \mp x_j^i$



# POSS NP-dur pour *cie* même sans ambiguïté

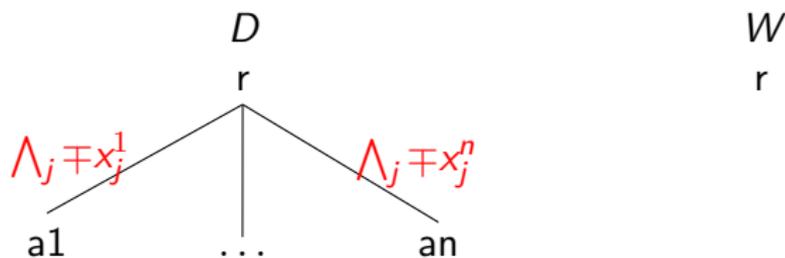
- $F = \bigwedge_i \bigvee_j \pm x_j^i$  in CNF
- Équivalent à :  $\bigwedge_i \neg \bigwedge_j \mp x_j^i$



→  $W$  est un **monde possible** de  $D$  ssi  $F$  est **satisfiable**

# POSS NP-dur pour *cie* même sans ambiguïté

- $F = \bigwedge_i \bigvee_j \pm x_j^i$  in CNF
- Équivalent à :  $\bigwedge_i \neg \bigwedge_j \mp x_j^i$



- $W$  est un monde possible de  $D$  ssi  $F$  est satisfiable
- Décider POSS est NP-dur, même sans ambiguïté

# La classe *mie*

Var	Val	Prob
x	1	0.6
x	2	0.2
x	3	0.1
x	4	0.1
y	1	0.5
y	2	0.5

- Événements indépendants multivalués
- Pas de **conjonctions**

## La classe *mie*

Var	Val	Prob
x	1	0.6
x	2	0.2
x	3	0.1
x	4	0.1
y	1	0.5
y	2	0.5

- Événements indépendants multivalués
- Pas de *conjonctions*
- Capture *mux*
- Ne capture pas *det* ou les hiérarchies *ind*

## La classe *mie*

Var	Val	Prob
<i>x</i>	1	0.6
<i>x</i>	2	0.2
<i>x</i>	3	0.1
<i>x</i>	4	0.1
<i>y</i>	1	0.5
<i>y</i>	2	0.5

- Événements indépendants multivalués
- Pas de **conjonctions**
- Capture *mux*
- Ne capture pas *det* ou les hiérarchies *ind*
- **Intractable** avec l'**ambiguïté**

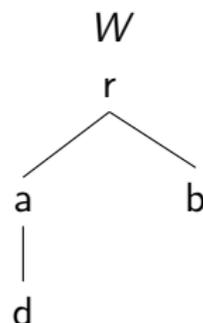
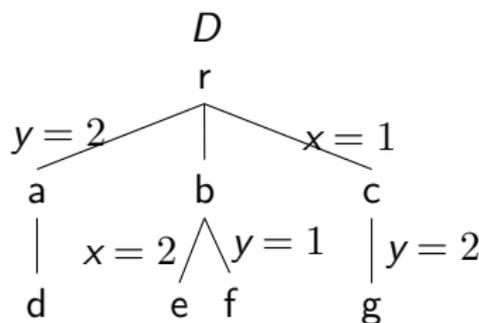
## La classe *mie*

Var	Val	Prob
x	1	0.6
x	2	0.2
x	3	0.1
x	4	0.1
y	1	0.5
y	2	0.5

- Événements indépendants multivalués
  - Pas de **conjonctions**
  - Capture *mux*
  - Ne capture pas *det* ou les hiérarchies *ind*
  - **Intractable** avec l'**ambiguïté**
- Tractabilité si **non-ambiguïté** ?

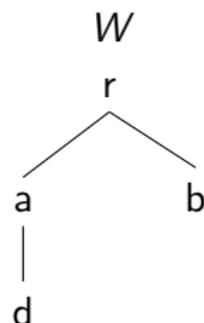
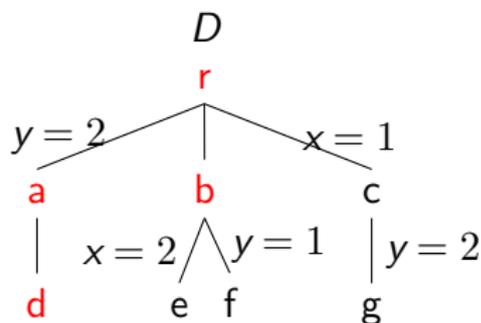
*mie* est tractable sur les documents non-ambigus

Var	Val	Prob
x	1	0.6
x	2	0.2
x	3	0.1
x	4	0.1
y	1	0.5
y	2	0.5



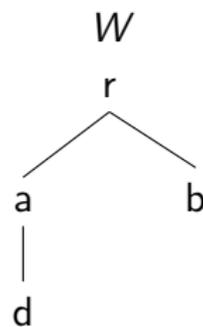
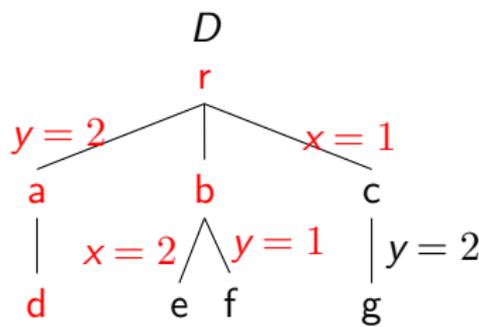
*mie* est tractable sur les documents non-ambigus

Var	Val	Prob
x	1	0.6
x	2	0.2
x	3	0.1
x	4	0.1
y	1	0.5
y	2	0.5



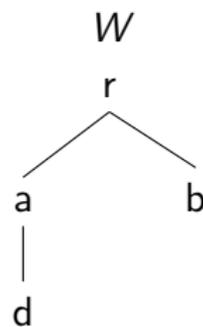
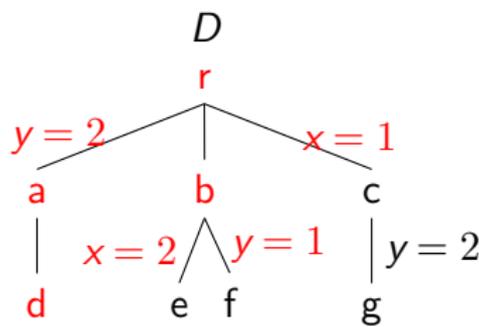
*mie* est tractable sur les documents non-ambigus

Var	Val	Prob
x	1	0.6
x	2	0.2
x	3	0.1
x	4	0.1
y	1	0.5
y	2	0.5



*mie* est tractable sur les documents non-ambigus

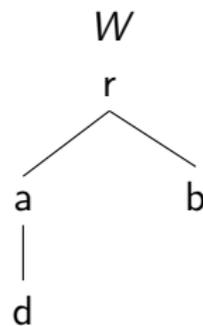
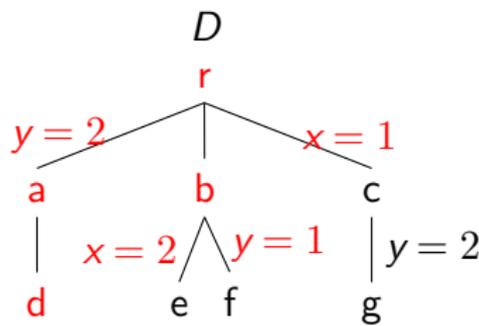
Var	Val	Prob
x	1	0.6
x	2	0.2
x	3	0.1
x	4	0.1
y	1	0.5
y	2	0.5



- $x \neq 2, x \neq 1, y = 2, y \neq 1$
- $x \in \{3, 4\}, y \in \{2\}$ .

*mie* est tractable sur les documents non-ambigus

Var	Val	Prob
x	1	0.6
x	2	0.2
x	3	0.1
x	4	0.1
y	1	0.5
y	2	0.5



- $x \neq 2, x \neq 1, y = 2, y \neq 1$
  - $x \in \{3, 4\}, y \in \{2\}$ .
- Probabilité 0.1.

# Table des matières

- 1 Introduction
- 2 Résultats connus
- 3 Documents non ordonnés
- 4 Non-ambiguïté
- 5 Conclusion**

# Conclusion

- Les **modèles locaux avec ordre** sont tractables
- Les **modèles locaux sans ordre** sont tractables
  - Seulement pour la **décision** et
  - Seulement avec ***mux* ou *ind***
- Modèles locaux et ***mie*** tractables si **non-ambiguïté**
- Les autres cas sont **durs**

# Conclusion

- Les **modèles locaux avec ordre** sont tractables
  - Les **modèles locaux sans ordre** sont tractables
    - Seulement pour la **décision** et
    - Seulement avec ***mux* ou *ind***
  - Modèles locaux et ***mie*** tractables si **non-ambiguïté**
  - Les autres cas sont **durs**
- La **hauteur** n'a aucun impact
- La valeur des **probabilités** n'a aucun impact

# Conclusion

- Les **modèles locaux avec ordre** sont tractables
  - Les **modèles locaux sans ordre** sont tractables
    - Seulement pour la **décision** et
    - Seulement avec ***mux* ou *ind***
  - Modèles locaux et ***mie*** tractables si **non-ambiguïté**
  - Les autres cas sont **durs**
- La **hauteur** n'a aucun impact
- La valeur des **probabilités** n'a aucun impact
- Peut-on raffiner ***mie***, la non-ambiguïté, l'interaction ***mux-ind*** ?
- Et si  $D$  était **partiellement ordonné** ?

# Conclusion

- Les **modèles locaux avec ordre** sont tractables
  - Les **modèles locaux sans ordre** sont tractables
    - Seulement pour la **décision** et
    - Seulement avec ***mux* ou *ind***
  - Modèles locaux et ***mie*** tractables si **non-ambiguïté**
  - Les autres cas sont **difficiles**
- La **hauteur** n'a aucun impact
- La valeur des **probabilités** n'a aucun impact
- Peut-on raffiner ***mie***, la non-ambiguïté, l'interaction ***mux-ind*** ?
- Et si  $D$  était **partiellement ordonné** ?

Merci pour votre attention !

# Bibliographie



COHEN, Sara, Benny KIMELFELD et Yehoshua SAGIV (2009).  
“Running tree automata on probabilistic XML”. In : *Proc.*  
*PODS*. ACM, p. 227–236.

## Lien avec l'évaluation de requêtes

- Pourquoi l'évaluation de requêtes donne de **mauvaises bornes** ?
  - **Inégalités** : "ne pas fusionner deux nœuds"
  - **Négation** : "pas de nœuds en plus"
  - La requête **dépend** de l'entrée  $W$