

## Exercices de khôlle - semaine 20, groupe 11

**Exercice 1** Calculer  $\int \int_{\Omega} (\sqrt{xy} + \sqrt{\frac{y}{x}}) dx dy$ , où  $\Omega = \left\{ (x, y) \in (\mathbf{R}_+^*)^2; \frac{x}{4} \leq y \leq 1 \text{ et } 1 \leq xy \leq 4 \right\}$ .

**Indications** Ne pas balayer mais poser un changement de variables pour se ramener à un pavé.

**Exercice 2** Soit  $P \in \mathbf{R}[X]$  unitaire de degré 3. Identifier  $\{(x, y) \in \mathbf{R}^2; P(x) = P(y)\}$ .

**Indications** Remarquer que la droite  $\Delta$  d'équation  $x = y$  est dans l'ensemble et est un axe de symétrie. Effectuer une rotation ( $P(x+y) = P(x-y)$ ) pour la prendre comme axe. Simplifier par  $x$ , on obtient l'équation d'une conique de type elliptique.